

# אולימפיאדה במתמטיקה של רשת יב"ע תשפ"ו

## כיתות ט' – י'

### שלב א', סיבוב ב'

1. אלישמע הגיע שמח מחוג מתמטיקה וסיפר שהוא למד את חוק ההתחלקות ב-9. הוא אמר שסכום הספרות של כל מספר טבעי שמתחלק ב-9 ללא שארית גם הוא מתחלק ב-9. אלישמע אמר שהוא יכול אפילו להוכיח את זה והביא לדוגמה את המספר 43254 שמתחלק ב-9 כי  $4+3+2+5+4=18$  וזה מתחלק ב-9. אחותו, אפרת, בדקה במחשבון שבאמת המספר מתחלק ואמרה שהיא יודעת את חוק ההתחלקות ב-8. המספר מתחלק ב-8 כאשר המספר שיוצרות 3 הספרות האחרונות שלו מתחלק ב-8. לדוגמה מספר 346104. הוא מתחלק ב-8 כי 104 מתחלק ב-8. אבא של אפרת ואלישמע הוא מתמטיקאי. הוא שמע את השיחה שלהם ואמר: "אם אתם יודעים את זה, אז אתם יכולים לענות על השאלה שלי: נתון מספר שבנוי רק מספרות "0" ו-"1". ידוע שהמספר מתחלק ב-72. מהו המספר הכי נמוך שעומד בדרישות האלה?"



2. טוביה ואלרועי נעלבו אחד מהשני וברחו אחד מהשני באותה מהירות בכיוונים מנוגדים של אותו השביל. אחרי שלוש דקות של ריצה, טוביה החליט שהוא כבר סלח לאלרועי וכעת הוא רוצה לחזור ולשחק איתו. טוביה הסתובב ורץ חזרה במהירות יותר גבוהה. ואלרועי המשיך לרוץ באותו הכיוון באותה מהירות. טוביה השיג את אלרועי 3 דקות אחרי שהסתובב.

פי כמה הגדיל את המהירות טוביה בדרך חזרה?



3. גלו את קוד המנעול על פי הנתונים הבאים:



ספרה אחת נכונה ונמצאת במקום הנכון	137
ספרה אחת נכונה אבל היא נמצאת במקום הלא נכון	169
שתי ספרות נכונות אבל שתיהן נמצאות במקומות לא נכונים	751
אין אף ספרה נכונה	283
ספרה אחת נכונה אבל היא נמצאת במקום לא נכון	235

4. נתונה פונקציה  $F$  שמוגדרת לכל  $X$ . ידוע שעבור כל שני ערכים  $X$  ו- $Y$  מתקיים:  $F(X \cdot Y) = F(X) \cdot F(Y)$ . ידוע גם ש  $F(6) = 2$ .

מצאו את הערך המספרי של  $F(9) \cdot F(24)$ .

5. משפחת דנינו יצאה לטיול בצפת לקראת ראש השנה. בדרך הלוך

ישבה חירות ליד אביה שנהג ברכב. היא שמה לב שהמהירות שלהם היתה קבועה על 90 קמ"ש. בדרך חזור ישב ידידיה ליד אביו ושם לב שהמהירות היתה קבועה והיא היתה 100 קמ"ש. המרחק הלוך שווה למרחק חזור, ולא היו עצירות נוספות בדרך.

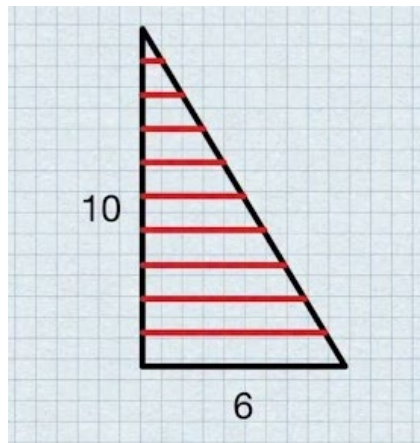
מה הייתה המהירות הממוצעת של המכונית בכל הנסיעה (הלוך וחזור)?



6. בחופש הגדול בעל חנות העסיק בחנותו כמה נערים. בחודש הראשון של עבודתם שילם בעל החנות 1000 ₪ לכל אחד מהנערים. בחודש השני הוא החליט לצמצם את מספר הנערים שעובדים אצלו ב-50% אבל לאלה שנשארו לעלות את השכר ב-50%. בכמה אחוזים השתנו הוצאותיו של בעל החנות עבור התשלום לנערים בחודש השני?



7. נתון משולש ישר זווית עם ניצבים שווים ל-6 ו-10 יחידות. הניצב הגדול של המשולש מחולק ל-10 חלקים שווים. דרך נקודות החלוקה העבירו קטעים המקבילים לניצב הקטן וצבעו אותם באדום, כפי שמתואר בשרטוט. מהו סכום אורכי הקטעים האדומים?



8. צופיה ומוריה אוהבות מאוד לקרוא, וחיכו בקוצר רוח לשבוע הספר. כשזה הגיע, הן הלכו יחד לקנות ספרים. מוריה מצאה שני ספרים שחיפשה מזמן. מחירם של שני הספרים היה זהה, ועליהם הוצעו שני מבצעים שונים: מבצע ראשון: קניית שני ספרים יחד בהנחה של 40%.

מבצע שני: קונים ספר אחד במחיר מלא, ואת הספר השני מקבלים תמורת 20 ₪.

צופיה אמרה למוריה שאם תקנה את הספרים במבצע הראשון, תשלם 5 ₪ פחות מאשר במבצע השני.

מהו המחיר המקורי של ספר אחד?



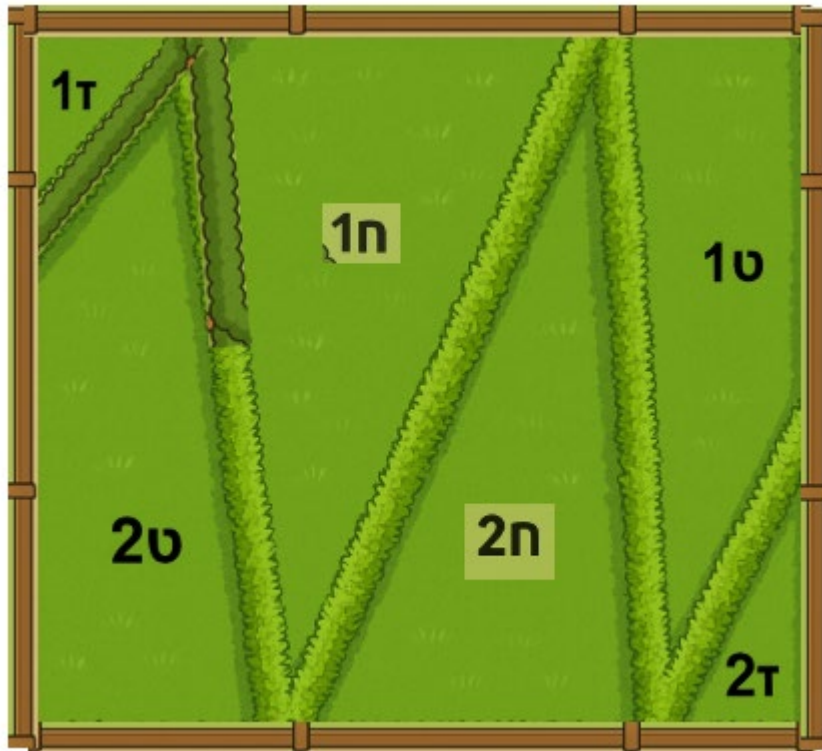
9. בבוקר שמחת תורה קיבלו כל הילדים בבית הכנסת שקיות סוכריות. גם עטרה קיבלה שקית. בבית היא הניחה את השקית על המדף. בכל ערב לקחה עטרה מהשקית שלישי מן הסוכריות שהיו בה באותו רגע. בכל בוקר שאחריו לקחה עוד שתי סוכריות. בערב הרביעי, לפני שלקחה עטרה סוכריות מהשקית היא גילתה שבשקית נותרו 2 סוכריות בלבד.



כמה סוכריות היו בשקית בתחילה?

10. בחצר הישיבה יש מגרש ריבועי עם צלע השווה ל-20 מ'. כל כיתה אחראית על סדר וניקיון של חלק מהמגרש. החלוקה מסומנת בשרטוט. לכל אחת מכיתות ז' ולכל אחת מכיתות ח' יש חלקה בצורת המשולש ולכל אחת מכיתות ט' יש חלקה בצורת מרובע. בין החלקות יש שורות שיחים. סכום ההיקפים של כל המשולשים שווה ל-151 מ'. סכום ההיקפים של שני המרובעים שווה ל-93 מ'. הנהלת הישיבה החליטה להזמין גן לטיפול בשיחים. לצורך כך בקשו מתלמידי כיתה ט' למדוד את האורך הכולל של כל שורות השיחים יחד. לצורך זה ביקשו לשחרר אותם משיעור מתמטיקה. אבל המורה לאה אמרה

שאינן צורך בשחרור. לתלמידים יש מספיק נתונים כדי לחשב את זה בכיתה. והם באמת הצליחו! למה שווה האורך הכולל של כל שורות השיחים יחד?



בהצלחה!