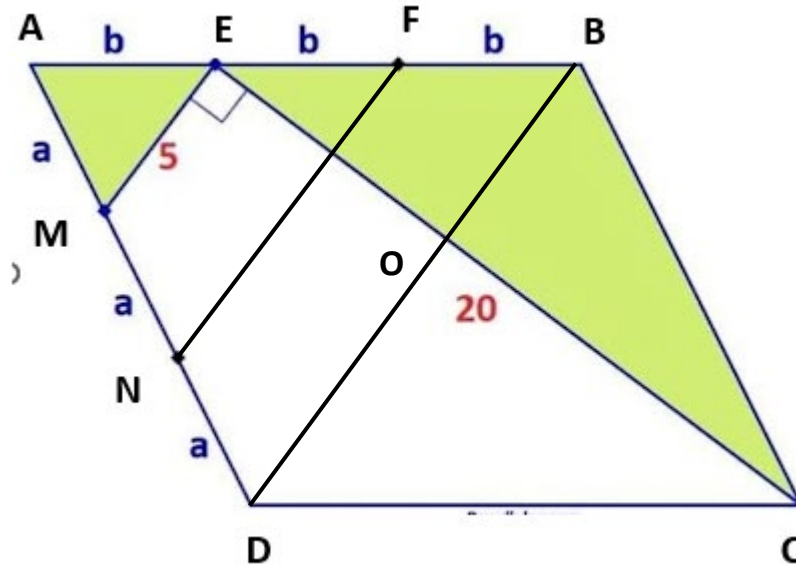


## בעיית אתגר 5



נתונה מקבילית  $ABCD$ . על הצלע  $AD$  של המקבילית בוחרים נקודות  $M$  ו- $N$  כך ש- $ND = MN = AM = a$ . על הצלע  $AB$  בוחרים נקודות  $E$  ו- $F$  כך ש- $FB = EF = AE = b$ . קטע  $ME$  מאונך לקטע  $EC$  (כמו שמתואר על השרטוט). נתון ש- $ME = 5$  ו- $EC = 20$ .

**מצאו את השטח הצבוע בצבע ירוק.**

1. נעביר קטעים  $DB$  ו- $NF$ . נסמן  $O = EC \cap BD$ .
2. קטע  $ME$  אמצעים ב- $\triangle NAF$  (כי  $M$  אמצע  $AN$  ו- $E$  אמצע  $AF$ ). לכן  $ME \parallel NF$ ,  $NF = 2ME = 10$  (ע"פ המשפט על קטע אמצעים במשולש ונתון).
3.  $BD \parallel NF$  (ע"פ משפט הפוך למשפט תאלס: משפט  $ME \parallel NF$  ו- $\frac{MN}{ND} = \frac{EF}{FB}$  לכן  $MEBD$  טרפז).
4.  $NF = \frac{ME + BD}{2}$  (קטע אמצעים בטרפז). לכן  $10 = \frac{5 + BD}{2}$  לכן  $BD = 15$
5.  $EM \perp EC$  (נתון),  $ME \parallel NF$ ,  $BD \parallel NF$  (3) לכן  $ME \parallel NF \parallel BD$  ו- $EC \perp BD$
6.  $\triangle EOB \sim \triangle COD$  (ע"פ משפט תאלס מורכב,  $AB \parallel DC$ )
7. לכן  $\frac{EO}{CO} = \frac{OB}{OD} = \frac{EB}{CD} = \frac{2b}{3b} = \frac{2}{3}$  (פרופורציה של דימיון)

$$.8 \quad EO = 8, CO = 12; BO = 6, DO = 9 \quad (\text{ע"פ 7, נתון, 5})$$

$$.9 \quad S_{\Delta EBC} = \frac{EC \cdot BO}{2} = \frac{20 \cdot 6}{2} = 60 \quad (\text{על פי נתון, 8})$$

$$.10 \quad S_{\Delta DBC} = \frac{OC \cdot BD}{2} = \frac{12 \cdot 15}{2} = 90 \quad (\text{ע"פ 8, 5})$$

$$.11 \quad S_{\Delta DBC} = S_{\Delta DBA} \quad (\text{כי אלכסון מחלק את המקבילית לשני משולשים חופפים ושתחים של משולשים חופפים שווים})$$

$$.12 \quad \Delta EAM \sim \Delta BAD \quad (\text{כי } ME \parallel BD \text{ ע"פ 3,4})$$

$$.13 \quad \frac{S_{\Delta EAM}}{S_{\Delta BAD}} = \left(\frac{ME}{BD}\right)^2 = \left(\frac{5}{15}\right)^2 = \frac{1}{9} \quad (\text{כריבוע של צלעות})$$

$$.14 \quad S_{\Delta EAM} = \frac{1}{9} S_{\Delta BAD} = \frac{1}{9} \cdot 90 = 10 \quad (\text{על פי 10,11,13})$$

$$.15 \quad S_{\Delta EAM} + S_{\Delta EBC} = 10 + 60 = 70 \quad (\text{ע"פ 9, 14})$$