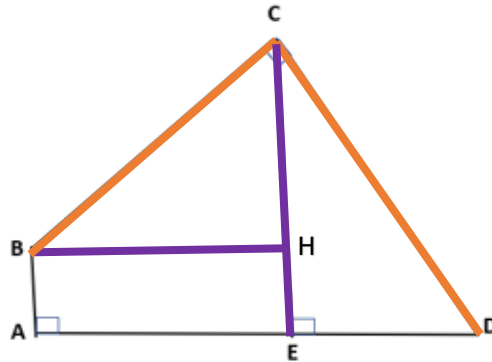


פתרון לחידה 9

1. נתון מרובע ABCD שבו צלעות BC ו CD שוות זו לזו ומאונכות זו לזו וגם $AB \perp AD$. מורידים אנך מקודקוד C לצלע AD : $CE \perp AD$ (הנקודה E נמצאת על הצלע AD). נתון שאורך הקטע CE הוא 3.

מצאו את שטח המרובע ABCD.



1. נוריד מנקודה B אנך לקטע CE : $BH \perp CE$

2. נסמן: $\angle D = \alpha$

3. $\angle ECD = 90^\circ - \alpha$ (סכום זוויות ב $\triangle CED$)

4. $\angle BCH = 90^\circ - (90^\circ - \alpha) = \alpha$ (על פי הנתון ו 3)

5. $\angle CBH = 90^\circ - \alpha$ (סכום זוויות ב $\triangle CBH$ ו 4)

6. $CD = CB$ (נתון)

7. $\triangle BHC \cong \triangle CED$ (על פי ז.צ.ז., 2-6)

8. $BH = CE = 3$ (במשולשים חופפים מול זוויות שוות צלעות שוות, נתון)

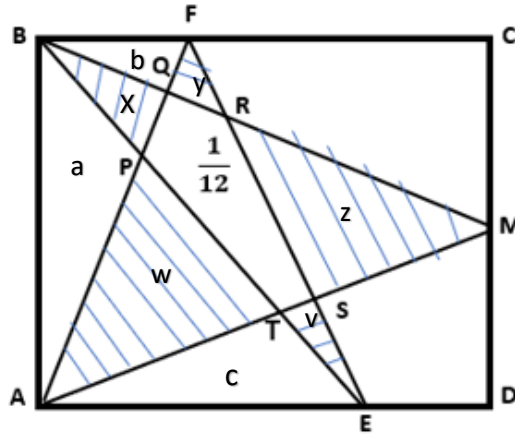
9. נסמן $HE = x$

10. $CH = 3 - x$

$$S_{ABCD} = S_{ABHE} + 2S_{\triangle BCH} = 3x + 2 \frac{3(3-x)}{2} = 3x + 9 - 3x = 9 \quad 11.$$

* נשים לב שהיה אפשר "לסובב" משולש CED כך שיתקבל ריבוע ששטחו $3 \cdot 3 = 9$.

2. נתון ריבוע ABCD עם צלע שווה ל 1. נקודה M היא אמצע CD. נקודה E נמצאת על צלע AD ונקודה F נמצאת על צלע BC. ידוע ששטח המחומש QRSTP שווה ל $\frac{1}{12}$. מצאו את סכום השטחים של המשולשים ΔAPT , ΔSET , ΔRMS , ΔQFR , ΔPBQ (המקווקוים על השרטוט).



1. נסמן: $S_{\Delta PAT} = w$, $S_{\Delta TSE} = v$, $S_{\Delta RMS} = z$, $S_{\Delta QFR} = y$, $S_{\Delta PBQ} = x$
2. נסמן $S_{\Delta ATE} = c$, $S_{\Delta FBQ} = b$, $S_{\Delta PAB} = a$
3. $S_{\Delta BMA} = \frac{1}{2} S_{ABCD} = \frac{1}{2}$ כי גם בסיס וגם גובה שלו שווים לצלע הריבוע ששווה ל 1.
4. $a + x + w + \frac{1}{12} + z = \frac{1}{2}$ (על פי 3 וסימונים)
5. $S_{\Delta ABF} = S_{\Delta BEF}$ כי יש להם בסיס משותף BF וגובה שווה לצלע הריבוע
6. $a + x + b = x + b + y + v + \frac{1}{12}$ (על פי 5 וסימון)
7. אחרי הצמצום (x ו b) בשני האגפים נקבל $a = y + v + \frac{1}{12}$
8. נציב 8 ל 4, נקבל $y + v + \frac{1}{12} + x + w + \frac{1}{12} + z = \frac{1}{2}$
9. לכן $y + v + x + w + z = \frac{1}{2} - \frac{1}{12} - \frac{1}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$
10. לכן $S_{\Delta PAT} + S_{\Delta TSE} + S_{\Delta RMS} + S_{\Delta QFR} + S_{\Delta PBQ} = \frac{1}{3}$