

חידות לימי עיון ברמת רחל

1. חידת רבי אברהם אבן עזרא

סיפור שארע לפני קרוב ל 1000 שנים.

ראובן ושמעון יצאו לטייל. באמצע הדרך הם התיישבו לאכול. מיד לאחר שהתיישבו, פגש אותם לוי וביקש להצטרף לסעודה. הוא הוציא 5 דינרים מהכיס כדי לשלם להם על הארוחה. ראובן הוציא 3 לחמניות, שמעון הוציא 2 לחמניות, וכולם אכלו ביחד את כל חמשת הלחמניות שווה בשווה. לאחר שלוי הלך, ראובן ושמעון הלכו להתווכח ביניהם איך לחלק את 5 הדינרים. איך צריך לחלק את הכסף בצורה הוגנת?

2. מתוך 9 קופסות צדקה 8 מלאות עד הסוף, אחת אינה מלאה כך שהיא מעט קלה יותר מאחרות, מהו המספר המינימלי של שקילות שצריך לעשות כדי לזהות בוודאות איזו קופסת צדקה לא מלאה?

3. בחג פורים משפחת גיטוסי קיבלה כל כך הרבה משלוחי מנות עד שלינון ואלישע כבר לא היה כוח לאכול אפילו סוכרייה או עוגיה נוספת אחת. הם לקחו חפיסת שוקולד גדולה, הורידו ממנה העטפה וגילו שיש בה 60 קוביות: 6 פסים לאורך ו 10 פסים לרוחב. בדיוק ברגע זה אחותם הגדלה הדסה בקשה מינון ואלישע לשבור את השוקולד לקוביות כי היא התחילה להכין עוגת שוקולד. "אני יכול לשבור חפיסת שוקולד שלמה לקוביות ב 45 צעדים", - אמר אלישע. "אני חושב שמספיק 30 צעדים", - אמר ינון. לוויכוח הצטרפו אחים אחרים של משפחת גיטוסי. משהו אמר שמספר הצעדים צריך להיות זוגי, היו גם רעיונות אחרים. אז מה היא כמות המינימלית של צעדים שבה אפשר לשבור את חפיסה זו לקוביות? (אפשר לשבור רק על פי הפסים ואי-אפשר לשבור כמה חתיכות ביחד).

4. הוכיחו שמספר $12033...308$ (n פעמים 3) מתחלק ב 19 עבור כל n טבעי.

5. רפסודה וסירת מנוע יצאו בו זמנית מנקודה A ושטו עם כיוון הזרם לאורך הנהר לכיוון נקודה B. באותו זמן יצאה סירת מנוע דומה מנקודה B לכיוון נקודה A. ברגע שהסירה הראשונה הגיעה לנקודה B, הרפסודה והסירה השנייה היו במרחק מסוים זה מזה.

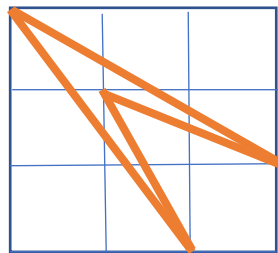
מה היה קרוב יותר לרפסודה באותו רגע, הסירה השנייה או נקודה A?

6. איך באמצעות שבלונה עם זווית בת 19° לבנות זווית בת מעלה אחת?

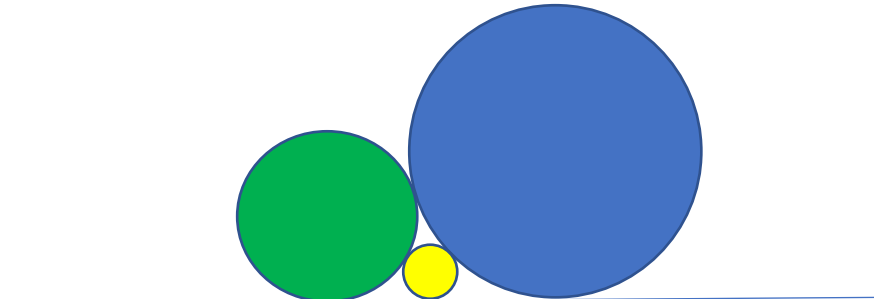
7. מצאו כל n ו m טבעיים כאלה שמתקיים: $m^{n+m} = n^{12}$ וגם $n^{n+m} = m^3$.

8. פשטו את הביטוי: $\ln(\ln a) \cdot \ln(\ln b) \cdot \ln(\ln c) \cdot \dots \cdot \ln(\ln z)$.

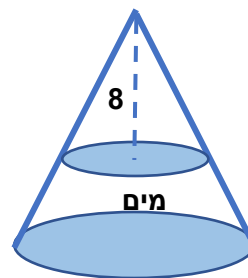
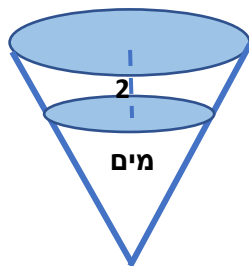
9. מצאו את השטח המוגבל ע"י הקו הצהוב



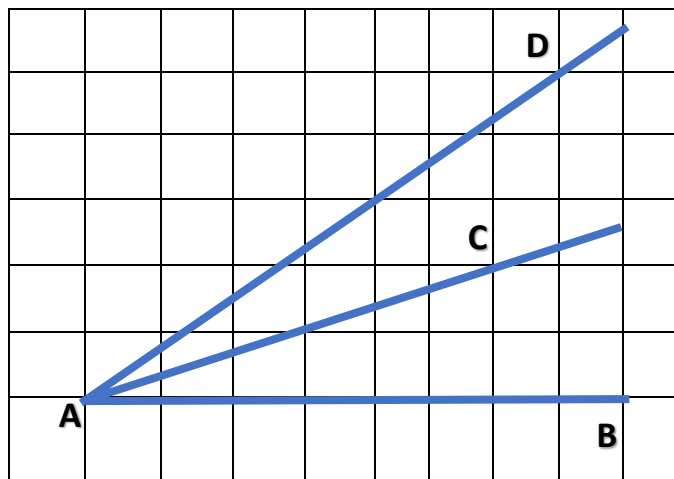
10. שלושה מעגלים משיקים זה לזה ולקו ישר משותף, כמו שמתואר על הציור. רדיוס המעגל הגדול (כחול) שווה 4, רדיוס המעגל הבינוני (ירוק) שווה 2. מצאו את רדיוס המעגל הקטן (צהוב).



11. נתון: $f(1) = 0$, $f(x+1) = f(x) + 10x + 1$. מצאו: $f(101)$.
12. מצאו את הביטוי עבור $f(x)$ אם ידוע ש $2f(1-x) + 1 = xf(x)$.
13. בכלי בצורת חרוט נמצא מים. אם החרוט עומד על הבסיס, הגובה של החלל הריק שווה ל 8. אם החרוט עומד על הקודקוד, הגובה של החלל הריק שווה ל 2. מהו גובה של החרוט?



14. נתון: $a^8 + \frac{1}{a^8} = 47$. למה שווה $a^2 + \frac{1}{a^2}$?
15. תשתמשו במשבצות על הסרטוט כדי להוכיח ש AC חוצה זווית DAB.



16. שני קודקודים סמוכים של המרובע מחברים עם אמצע הצלע שממול. הוכיחו שאם שטח המשולש שנוצר שווה למחצית השטח של המרובע אז המרובע הוא טרפז או מקבילית.

17. מספרים a, b, c הם צלעות של משולש. ידוע ש $a = x^2 + x + 1$, $b = 2x + 1$, $c = x^2 - 1$. הוכיחו שאחת הזוויות של המשולש שווה ל 120° .

18.