

פתרון 1

נתון: $\frac{x^2}{x^4+1} = \frac{1}{7}$ לכן $\frac{x^4+1}{x^2} = 7$ לכן $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 7 + 2 = 9$$

לכן $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 9$ על פי הנתון $x > 0$ לכן $x + \frac{1}{x} = 3$.

נשתמש בנוסחה: $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

$$\begin{aligned} x^3 + \frac{1}{x^3} &= \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x^2 - x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right) = \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x^2 + \frac{1}{x^2} - 1\right) = 3(7 - 1) \\ &= 3 \times 6 = 18 \end{aligned}$$

*ישנן דרכים נכונות רבות אחרות לפתור את החידה

פתרון 2

פתרון לחידה 3

לחידה זו יש הרבה מאוד פתרונות. המנצחים בשלב זה מצאו סביב 30 פתרונות שונים.

מי שמצא את הפתרון $111/(1+1+1)=37$ היה יכול לשים לב שבמקום 1 הייתה יכולה להיות כל ספרה

מי 2 עד 9, כי $\frac{111}{1+1+1} = 37$, לדוגמה, $\frac{xxx}{(x+x+x)} = \frac{x(111)}{x(1+1+1)} = \frac{111}{1+1+1} = 37$.

קבוצה אחרת של הפתרונות מתבססת על אופציות שונות של קבלת 36 מארבע ספרות זהות והוספה של 1, כמו $3^3 + 3 \cdot 3 + 3 : 3 = 37$ או $3^3 + 3 \cdot 3 + 3 - 6 = 37$.

בין הפתרונות שנשלחו היו עוד הרבה פתרונות יפים, כמו לדוגמה $7 \cdot 7 - \frac{77+7}{7} = 37$.

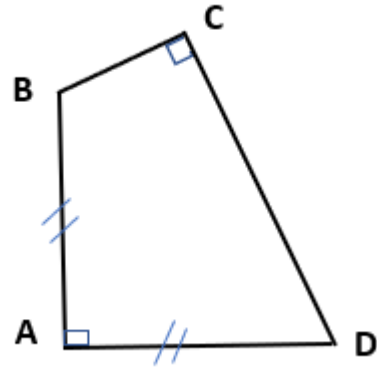
עוד פתרון יפה מאוד שבנוי משישה אפסים שלח צבי ליבוביץ: $0! + 0! + 0! + 0! + 0! + 0! = 37$.

בתרגיל נעשה שימוש בפעולת עצרת: $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$. על פי ההגדרה $0! = 1$.

וכמובן יש פתרונות עם 5 ספרות. לדוגמה, $\frac{333}{3:3}$, וגם עם 4 ספרות, לדוגמה $6 \cdot 6 + 6 : 6$.

הזוכים בשלב זה: כרם סגל (יב"ע תקוות יעקוב), נעם סלע (יב"ע אורות יהודה), שבו קהתי (יב"ע רעננה).

פתרון 3



1. נעביר אלכסון BD
 2. $S_{ABCD} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BCD}$
 3. נסמן $AD=AB=x$, $BC=y$, $CD=12-y$
 4. $S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2}x^2$
 5. $S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2}y(12-y) = 6y - \frac{1}{2}y^2$
 6. $CD^2 + BC^2 = BD^2$, על פי משפט פתגורוס
 7. $(12-y)^2 + y^2 = x^2 + x^2$, הצבה של 3 ב 6
 8. $144 - 24y + y^2 + y^2 = 2x^2$, על פי 7
 9. $144 = 2x^2 - 2y^2 + 24y$, על פי 8
 10. $36 = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}y^2 + 6y$, נחלק את כל הביטוי ב 4
 11. $36 = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BCD} = S_{ABCD}$, על פי 10, 5, 4 ו 2
-

פתרון 4

עבור ריבוע 4×4 לחידה יש הרבה פתרונות. לדוגמה:

1	6	2	4
5	4	1	7
7	3	4	6
3	2	5	1

1	5	6	7
2	1	4	6
3	7	1	5
4	3	2	1

כרם סגל, תלמיד כיתה י"ב מיב"ע תקוות יעקוב הראה שניתן למצוא מספר גדול מאוד של פתרונות עם תוכנת מחשב.

אי אפשר לבנות "ריבוע מגניב" 5×5 .

הסבר:

בריבוע "מגניב" 5×5 יש 5 זוגות (שורה+עמודה) שאנו ממלאים בספרות מ-1 עד 9.

ניקח את הספרה 1 ונשים אותו במקום כלשהו בריבוע.

קיימות 2 אפשרויות. באחת מהן הספרה עומדת בשורה ועמודה שיש להן אותו מספר. לדוגמה, שורה ראשונה ועמודה ראשונה או שורה שלישית ועמודה שלישית. במקרה זה הספרה "משרתת" רק זוג אחד (שורה+עמודה).

1				

במקרה השני, הספרה עומדת בשורה ועמודה עם מספרים שונים. לדוגמה, שורה ראשונה ועמודה שלישית. הפעם היא "משרתת" שני זוגות. בדוגמה שלנו: שורה ראשונה ועמודה ראשונה וגם שורה שלישית ועמודה שלישית.

		1		

ספרה 1 נוספת יכולה "לשרת" לכל היותר עוד שתי זוגות. לדוגמה,

שורה שנייה עם עמודה שנייה ושורה רביעית עם עמודה רביעית. אבל זה לא מספיק בשביל שורה חמישית ועמודה חמישית. לכן יש צורך בספרה 1 נוספת.

		1		
			1	

אם כך הספרה 1 צריכה להופיע בריבוע שלושה פעמים לפחות. וכך גם כל ספרה אחרת. בסה"כ יש 9 ספרות. אם כל אחת מופיעה לפחות 3 פעמים יש צורך ב 27 משבצות לפחות. אבל בריבוע 5×5 יש רק 25 משבצות. לכן זה

בלתי אפשרי.

פתרון 5

פתרון של חידה 6



על פי הנתון מכונית אחת מתקדמת במהירות V קילומטרים לשעה. המכונית השנייה מתקדמת במהירות גדולה פי 2, זאת אומרת 2V קילומטרים לשעה. לכן המכוניות תוך שעה מצמצמות את המרחק ביניהן ב 3V קילומטרים. המרחק בין המכוניות שווה ל 15 קילומטרים לכן המכוניות יפגשו אחרי $\frac{5}{v} = \frac{15}{3v}$ שעות. כל הזמן הזה הרחפן אף במהירות 5V קילומטרים לשעה. לכן המרחק שהוא יעשה שווה ל $25 = 5v \cdot \frac{5}{v}$.

פתרון 6

נתחיל מהסוף. על פי הנתון אימא נתנה לבנות 24 אוזני המן ואחרי כל ההחלפות הייתה להן כמות שווה של אוזני המן. לכן בסוף לכול אחת היו 8 אוזני המן.

המצב הסופי:

הקטנה	הבינונית	הגדולה
8	8	8

הבת הגדולה

האחרונה שחילקה הייתה הבת הגדולה. היא השאירה לעצמה חצי ממה שיה לה. לכן היה לה 16. מתוכם 8 היא השאירה לעצמה ו 8 חילקה (4 ו 4).

אם אחרי שהבת הבינונית קיבלה 4 אוזני המן היה לה 8 אז ליפני זה היה לה 4. אותו דבר נכון גם עבור הבת הקטנה.

המצב ליפני שהבת הבינונית חילקה:

הקטנה	הבינונית	הגדולה
4	4	16

הבת הבינונית

אחרי שהבת הבינונית חילקה נשאר לה 4 וזה מחצית ממה שהיה לה. לכן ליפני החלוקה היה לה 8 ו 4 היא חילקה (2 ו 2).

אם אחרי שבת הקטנה קיבלה 2 כמות אוזני המן שלה 4 אז ליפני זה היה לה 2. לבת הגדולה אחרי שהיא קיבלה מהבת הבינונית 2 היה 16 לכן ליפני זה היה לה 14.

המצב ליפני שהבת הגדולה חילקה:

הקטנה	הבינונית	הגדולה
2	8	14

הבת הקטנה

אחרי שהבת הקטנה חילקה נשאר לה 2 וזה מחצית ממה שהיה לה. לכן ליפני החלוקה היה לה 4 ו 2 היא חילקה (1 ו 1).

אם אחרי שבת הבינונית קיבלה 1 כמות אוזני המן שלה 8 אז ליפני זה היה לה 7. לבת הגדולה אחרי שהיא קיבלה מהבת הקטנה 1 היה 14 לכן ליפני זה היה לה 13.

המצב ליפני שהבת הקטנה חילקה:

הקטנה	הבינונית	הגדולה
13	7	4

זהו גם המצב ההתחלתי. זה אומר שהבת הקטנה היא בת 4, הבת הבינונית היא בת 7 והבת הגדולה היא בת 13.

פתרון 7

1. אהרון יכול לבד לסדר את בית המדרש תוך 3 שעות, זאת אומרת שהוא יכול לסדר תוך שעה $\frac{1}{3}$ של בית המדרש.

נריה יכול לבד לסדר את בית המדרש תוך 4 שעות, זאת אומרת שהוא יכול לסדר תוך שעה $\frac{1}{4}$ של בית המדרש.

ישראל יכול לבד לסדר את בית המדרש תוך 5 שעות, זאת אומרת שהוא יכול לסדר תוך שעה $\frac{1}{5}$ של בית המדרש.

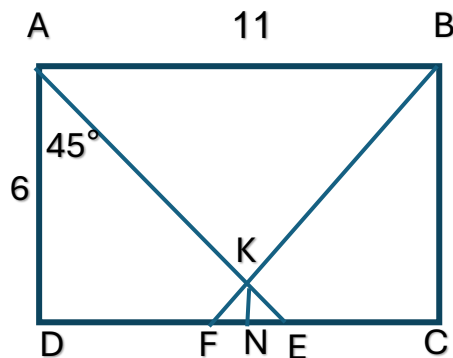
$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{47}{60}$$

של בית המדרש.

במשך רבע השעה הנותרת הם יכולים לסדר רבע ממה שהם עושים בתוך שעה, זאת אומרת

$$\frac{47}{60} : 4 = \frac{47}{240}$$

לכן במשך שעה ורבע הם יסדרו $\frac{47}{60} + \frac{47}{240} = \frac{235}{240} = \frac{47}{48}$ של בית מדרש. $\frac{47}{48} < 1$ לכן אהרון, ישראל ונריה לא יספיקו לסיים את העבודה תוך שעה ורבע.



2.

על פי הנתון AE חוצה זווית ישרה DAB, לכן $\angle DAE = 45^\circ$.

על פי סכום זוויות ב $\triangle ADE$ $\angle DEA = 45^\circ$. לכן $AD=DE=6$ כי במשולש מול זוויות שוות נמצאות צלעות שוות. באותו אופן גם ב $\triangle BCF$ $CF=BC=6$.

$$\text{לכן } DE+CF=12$$

$$\text{. } DE+CF=DF+FE+CE+FE=DC+FE=11+FE=12$$

לכן $EF=1$

$\sphericalangle FKE = 90^\circ$ לכן $\sphericalangle BFC = \sphericalangle AED = 45^\circ$ (סכום זוויות במשולש FKE).

$KN = \frac{1}{2} FE = \frac{1}{2}$ כי תיכון ליתר במשולש ישר זווית שווה למחצית היתר. לכן $KN = \frac{1}{2}$.

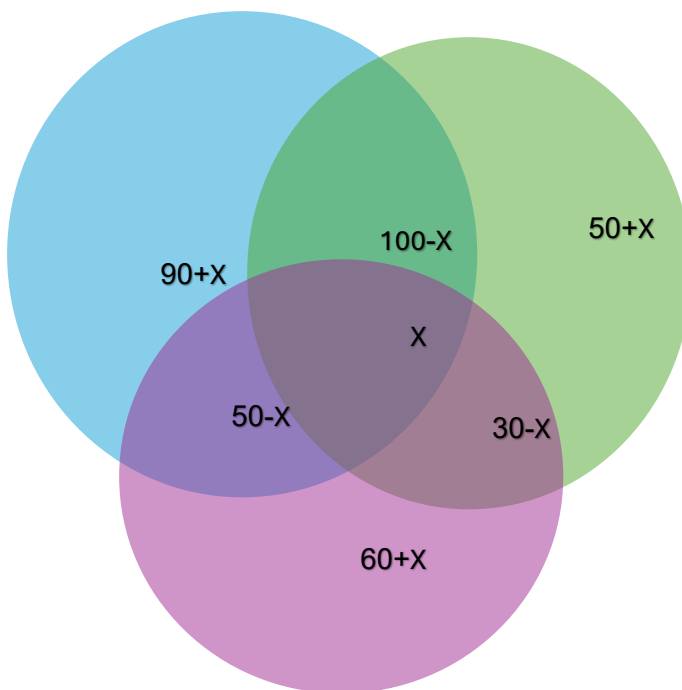
פתרון 8

נתאר את הפתרון באמצעות דיאגרמות וון

תפים בחלק א' 240

משתתפים בחלק ב' 180

תפים בחלק ג' 140



נניח שבכל שלושה חלקים השתתפו X אנשים.

אז $50 - X$ אנשים השתתפו בחלקים הראשון והשלישי ולא השתתפו בחלק השני;

$100 - X$ אנשים השתתפו בחלקים הראשון והשני ולא השתתפו בחלק השלישי;

$30 - X$ אנשים השתתפו בחלקים השני והשלישי ולא השתתפו בחלק הראשון;

לכן רק בחלק הראשון השתתפו $90 + X = 240 - (50 - X) - (100 - X) - X$ אנשים;

רק בחלק השני השתתפו $50 + X = 180 - (30 - X) - (100 - X) - X$ אנשים;

רק בחלק השלישי השתתפו $60 + X = 140 - (50 - X) - (30 - X) - X$ אנשים.

סה"כ היו 400 משתתפים, לכן

$$240 + (50 + X) + (30 - X) + (60 + X) = 400$$

$$380 + X = 400$$

X = 20

לכן בכל שלושה חלקים השתתפו 20 אנשים.

פתרון 9

אין

פתרון 10

אין

פתרון 11

אין
